



Daniele Missiroli

Sono nato a Ravenna e vivo a Bologna, dove lavoro come analista programmatore e consulente privacy nell'azienda che ho fondato. Laureato in fisica con lode, sono attirato da numeri, astronomia e scienze in generale, oltre che da fantascienza, fumetti e film. Scrivo libri di fantascienza e ho creato una serie ambientata su un lontano pianeta. Ho scritto anche un libro di matematica sul calcolo mentale.

Criteri di divisibilità

Se volessimo trovare un criterio generale per capire, con semplici calcoli mentali, se un numero è divisibile per un altro, come potremmo procedere? Per fissare le idee, supponiamo di voler capire se un numero di tre o quattro cifre è divisibile per 7. Senza tentare l'operazione, ovviamente.

La prima considerazione da fare è quella di cercare di rimpicciolire il numero. Se ci fosse un'operazione che lo riduce di una cifra, per esempio, saremmo sulla buona strada, poiché la tabella pitagorica la sappiamo tutti a memoria. Cominciamo a descrivere un generico numero in modo che possa essere separato dalla cifra delle unità. Per esempio: 252 può essere descritto come $25 \cdot 10 + 2$. Più in generale, la formula è:

$$10x + y$$

Il simbolo della moltiplicazione, in matematica, si omette. Per ridurre di una cifra un numero del genere, la formula da applicare deve contenere sia la x , sia la y , per cui possiamo dire che le possibilità di combinare questi due fattori, moltiplicandoli per qualcosa, sono due:

$$z1 = kx + y$$

$$z2 = x + ky$$

Possiamo moltiplicare le decine per un numero e poi sommargli le unità, oppure fare il contrario, sommare alle decine le unità moltiplicate per un numero. Cominciamo a esplorare la prima possibilità. Vogliamo trovare il valore di k , tale per cui il risultato confermi che il numero era divisibile per una costante C (per esempio 7).

$$kx + y = 7a$$

Non ci interessa il valore di "a", ci serve solo un valore di k che moltiplicato per la parte delle decine (x) e sommato alle unità (y) dia un numero piccolo, che si capisca facilmente essere divisibile per 7.

Sapevamo, però, che anche il numero originale doveva essere divisibile per 7.

$$10x + y = 7b$$

Anche in questo caso non ci interessa il valore di "b". Combiniamo queste due equazioni e otteniamo:

$$(10x + y) - (kx + y) = 7b - 7a$$

Raccogliamo e semplifichiamo:

$$10x - kx = 7(b - a)$$

$$(10 - k)x = 7(b - a)$$

La parte a destra è certamente divisibile per 7, qualsiasi valore assumano "b" e "a". Come fare affinché la parte sinistra sia divisibile per 7 per qualsiasi valore di "x"? Semplice, basta che "k" valga 3. Applichiamo, quindi, la formula di divisibilità per 7 al nostro esempio (che era 252):

$$3x + y$$

$$3 \cdot 25 + 2 = 75 + 2 = 77 \text{ (divisibile per 7, per cui lo è anche 252)}$$

Proviamo con 665.

$$3 \cdot 66 + 5 = 198 + 5 = 203 \Rightarrow 3 \cdot 20 + 3 = 60 + 3 = 63 \text{ (divisibile per 7, per cui lo è anche 665)}$$

Proviamo con 815.

$$3 \cdot 81 + 5 = 243 + 5 = 248 \Rightarrow 3 \cdot 24 + 8 = 72 + 8 = 80 \Rightarrow 3 \cdot 8 + 0 = 24 + 0 = 24$$

(non è divisibile per 7, per cui non lo è neanche 815)



Daniele Missiroli

Sono nato a Ravenna e vivo a Bologna, dove lavoro come analista programmatore e consulente privacy nell'azienda che ho fondato. Laureato in fisica con lode, sono attirato da numeri, astronomia e scienze in generale, oltre che da fantascienza, fumetti e film. Scrivo libri di fantascienza e ho creato una serie ambientata su un lontano pianeta. Ho scritto anche un libro di matematica sul calcolo mentale.

Riprendiamo adesso la formula che abbiamo trovato e generalizziamola. Non vogliamo trovare il metodo di divisibilità per 7, ma il metodo di divisibilità di un qualsiasi numero C.

$$(10-k)x = C(b-a)$$

Questo ci porta alla formula generale:

$$C = 10-k$$

E quindi avremo la seguente tabella:

C	k
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1

Il criterio più interessante è quello relativamente al numero 7, poiché tutti gli altri numeri hanno dei criteri di divisibilità semplici. Notiamo che l'ultima riga dimostra che per sapere se un numero è divisibile per 9, basta sommare le cifre (le decine vanno moltiplicate per 1 e poi sommate alle unità).

Facciamo un test sulla divisibilità per 8 ($2x+y$) al fine di verificare il sistema e proviamo con 352.

$$2*35+2=70+2=72 \Rightarrow 2*7+2=14+2=16 \text{ (divisibile per 8, per cui lo è anche 352)}$$

Proviamo con 744.

$$2*74+4=148+4=152 \Rightarrow 2*15+2=30+2=32 \text{ (divisibile per 8, per cui lo è anche 744)}$$

Riepiloghiamo i criteri di divisibilità dei numeri costituiti da una cifra:

#	Criterio di divisibilità
2	Il numero deve essere pari
3	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 3
4	Le ultime due cifre devono essere divisibili per 4
5	La cifra delle unità deve essere 0 o 5
6	Il numero deve essere pari e la somma delle cifre un multiplo di 3 Le decine per 4 più le unità devono dare un numero divisibile per 6
7	Le decine per 3 più le unità devono dare un numero divisibile per 7
8	Le ultime tre cifre devono essere divisibili per 8 Le decine per 2 più le unità devono dare un numero divisibile per 8
9	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 9

Il 6 e l'8 hanno due criteri. Ora esploriamo la seconda possibilità:

$$x + ky = 7a$$

Sapevamo che anche il numero originale doveva essere divisibile per 7.

$$10x + y = 7b$$

Per combinare queste due equazioni dobbiamo moltiplicare la prima per 10:

$$10x + 10ky = 70a$$

$$(10x + 10ky) - (10x + y) = 7b - 70a$$

Raccogliamo e semplifichiamo:

$$10ky - y = 7(b-10a)$$

$$(10k-1)y = 7(b-10a)$$



Daniele Missiroli

Sono nato a Ravenna e vivo a Bologna, dove lavoro come analista programmatore e consulente privacy nell'azienda che ho fondato. Laureato in fisica con lode, sono attirato da numeri, astronomia e scienze in generale, oltre che da fantascienza, fumetti e film. Scrivo libri di fantascienza e ho creato una serie ambientata su un lontano pianeta. Ho scritto anche un libro di matematica sul calcolo mentale.

La parte a destra è certamente divisibile per 7, qualsiasi valore assumano “b” e “a”. Come fare affinché la parte sinistra sia divisibile per 7 per qualsiasi valore di “y”? Qui conviene cercare subito di generalizzare la formula sostituendo il 7 con la lettera C, tenendo conto che stiamo cercando il valore minimo di “k” per cui il risultato di $10k-1$ sia divisibile per C (non è necessario che sia esattamente C).

$$10k-1 = C$$

La tabella che possiamo costruire è questa:

k	(10k-1)	C
1	9	3 * 3
2	19	numero primo
3	29	numero primo
4	39	3 * 13
5	49	7 * 7
6	59	numero primo
7	69	3 * 23
8	79	numero primo
9	89	numero primo

Abbiamo trovato un secondo criterio di divisibilità per 7:

$$x + 5y$$

Un criterio di divisibilità per 13:

$$x + 4y$$

Un criterio di divisibilità per 23:

$$x + 7y$$

Proviamo il criterio di divisibilità per 7 con il numero 665:

$$66+5*5=91 \Rightarrow 9+5*1=14 \text{ (divisibile per 7, per cui lo è anche 665)}$$

Proviamo il criterio di divisibilità per 13 con il numero 403:

$$40+4*3=52 \Rightarrow 5+4*2=13 \text{ (divisibile per 13, per cui lo è anche 403)}$$

Proviamo il criterio di divisibilità per 23 con il numero 575:

$$57+7*5=92 \Rightarrow 9+7*2=23 \text{ (divisibile per 23, per cui lo è anche 575)}$$

In realtà, abbiamo anche un criterio di divisibilità per 19 e uno per 29.

Proviamo il criterio per 19 con 1292 ($x+2y$).

$$129+2*2=133 \Rightarrow 13+2*3=19 \text{ (divisibile per 19, per cui lo è anche 1292)}$$

Proviamo il criterio per 29 con 2523 ($x+3y$).

$$252+3*3=261 \Rightarrow 26+3*1=29 \text{ (divisibile per 29, per cui lo è anche 2523)}$$

Ampliamo la tabella dei criteri di divisibilità alla luce di queste nuove scoperte.



Daniele Missiroli

Sono nato a Ravenna e vivo a Bologna, dove lavoro come analista programmatore e consulente privacy nell'azienda che ho fondato. Laureato in fisica con lode, sono attratto da numeri, astronomia e scienze in generale, oltre che da fantascienza, fumetti e film. Scrivo libri di fantascienza e ho creato una serie ambientata su un lontano pianeta. Ho scritto anche un libro di matematica sul calcolo mentale.

#	Criterio di divisibilità
2	Il numero deve essere pari
3	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 3
4	Le ultime due cifre devono essere divisibili per 4
5	La cifra delle unità deve essere 0 o 5
6	Il numero deve essere pari e la somma delle cifre un multiplo di 3 Le decine per 4 più le unità devono dare un numero divisibile per 6
7	Le decine per 3 più le unità devono dare un numero divisibile per 7 Le decine più le unità per 5 devono dare un numero divisibile per 7
8	Le ultime tre cifre devono essere divisibili per 8 Le decine per 2 più le unità devono dare un numero divisibile per 8
9	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 9
10	La cifra delle unità deve essere 0
11	La somma delle cifre in posizione pari deve eguagliare la somma delle cifre in posizione dispari, oppure essere un multiplo di 11
13	Le decine più le unità per 4 devono dare un numero divisibile per 13
19	Le decine più le unità per 2 devono dare un numero divisibile per 19
23	Le decine più le unità per 7 devono dare un numero divisibile per 23
29	Le decine più le unità per 3 devono dare un numero divisibile per 29

Riprendiamo ora la prima tabella e proviamo a superare, per C, il valore di 9:

C	k
10	0
11	-1
12	-2
13	-3
14	-4
15	-5
16	-6
17	-7

Usare numeri negativi significa solo che la "y" va sottratta. Ora abbiamo trovato un secondo criterio di divisibilità per 13:

$$3x - y$$

Proviamo a verificare la divisibilità per 13 con 403:

$$3*40-3=120-3=117 \Rightarrow 3*11-7=33-7=26 \text{ (divisibile per 13, per cui lo è anche 403)}$$

Abbiamo anche una formula facile per 12 ($2x-y$). Proviamo con 528:

$$2*52-8=104-8=96 \Rightarrow 2*9-6=18-6=12 \text{ (divisibile per 12, per cui lo è anche 528)}$$

Ampliamo definitivamente la tabella dei criteri di divisibilità alla luce di questa nuova scoperta.



Daniele Missiroli

Sono nato a Ravenna e vivo a Bologna, dove lavoro come analista programmatore e consulente privacy nell'azienda che ho fondato. Laureato in fisica con lode, sono attratto da numeri, astronomia e scienze in generale, oltre che da fantascienza, fumetti e film. Scrivo libri di fantascienza e ho creato una serie ambientata su un lontano pianeta. Ho scritto anche un libro di matematica sul calcolo mentale.

n	Criterio di divisibilità per "n" del generico numero: $10x+y$	Formula
2	Il numero deve essere pari	
3	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 3	
4	Le ultime due cifre devono essere divisibili per 4	
5	La cifra delle unità deve essere 0 o 5	
6	Il numero deve essere pari e la somma delle cifre un multiplo di 3 Le decine per 4 più le unità devono dare un numero divisibile per 6	$4x+y$
7	Le decine per 3 più le unità devono dare un numero divisibile per 7 Le decine più le unità per 5 devono dare un numero divisibile per 7	$3x+y$ $x+5y$
8	Le ultime tre cifre devono essere divisibili per 8 Le decine per 2 più le unità devono dare un numero divisibile per 8	$2x+y$
9	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 9	
10	La cifra delle unità deve essere 0	
11	La somma delle cifre in posizione pari deve eguagliare la somma delle cifre in posizione dispari, oppure essere un multiplo di 11	
12	Le decine per 2 meno le unità devono dare un numero divisibile per 12	$2x-y$
13	Le decine più le unità per 4 devono dare un numero divisibile per 13 Le decine per 3 meno le unità devono dare un numero divisibile per 13	$x+4y$ $3x-y$
14	Il numero deve essere pari, poi applico il criterio per il numero 7 Le decine per 4 meno le unità devono dare un numero divisibile per 14	$4x-y$
15	La cifra delle unità deve essere 0 o 5 e la somma delle cifre deve essere un multiplo di 3	
16	Le ultime quattro cifre devono essere divisibili per 16 Le decine per 6 meno le unità devono dare un numero divisibile per 16	$6x-y$
17	Le decine per 7 meno le unità devono dare un numero divisibile per 17	$7x-y$
18	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 9 e deve essere pari	
19	Le decine più le unità per 2 devono dare un numero divisibile per 19	$x+2y$
20	La cifra delle unità deve essere 0 e, tolto lo zero, deve restare un numero pari	
21	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 3, poi applico il criterio per il numero 7	
22	Il numero deve essere pari, poi applico il criterio per il numero 11	
23	Le decine più le unità per 7 devono dare un numero divisibile per 23	$x+7y$
24	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 3, poi applico il criterio per il numero 8 (le decine per 2 più le unità devono dare un divisibile per 8)	
25	Le ultime due cifre devono essere 00 o 25 o 50 o 75	
26	Il numero deve essere pari, poi applico uno dei criteri per il numero 13	
27	La somma delle cifre deve essere un multiplo di 9 – divido per 9 – la somma delle cifre del risultato deve essere un multiplo di 3	
28	Le ultime due cifre devono essere divisibili per 4, poi applico il criterio per il numero 7	
29	Le decine più le unità per 3 devono dare un numero divisibile per 29	$x+3y$
30	La cifra delle unità deve essere 0 e la somma delle cifre deve essere un multiplo di 3	

Abbiamo trovato tutti i criteri di divisibilità da 2 a 30. E sono tutti calcoli che possono essere fatti a mente. Da chiunque. Anche da te. 😊



Daniele Missiroli

Sono nato a Ravenna e vivo a Bologna, dove lavoro come analista programmatore e consulente privacy nell'azienda che ho fondato. Laureato in fisica con lode, sono attratto da numeri, astronomia e scienze in generale, oltre che da fantascienza, fumetti e film. Scrivo libri di fantascienza e ho creato una serie ambientata su un lontano pianeta. Ho scritto anche un libro di matematica sul calcolo mentale.

Riepilogo delle formule evidenziando una certa simmetria:

#	Formula	#	Formula
8	$2x + y$	12	$2x - y$
7	$3x + y$	13	$3x - y$
6	$4x + y$	14	$4x - y$
19	$x + 2y$	16	$6x - y$
29	$x + 3y$	17	$7x - y$
13	$x + 4y$		
7	$x + 5y$		
23	$x + 7y$		